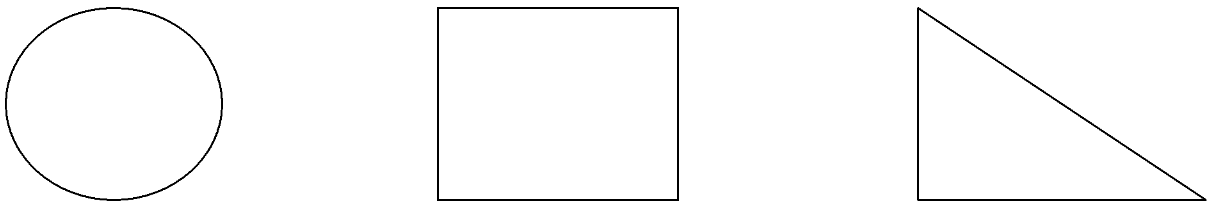
www.potrim.co.il

מאגר משפטים בגיאומטריה



נערך ע"י : צוות פותרים

זוויות

זוויות צמודות סכומן 180 מעלות
זוויות קודקודיות שוות זו לזו

ישרים מקבילים

כל זוג זוויות מתאימות בין מקבילים שוות זו לזו
כל זוג זוויות מתחלפות בין מקבילים שוות זו לזו
כל זוג זוויות חד-צדדיות בין מקבילים סכומן 180 מעלות

אם יש זוג זוויות מתאימות שוות בין ישרים אז הישרים מקבילים
אם יש זוג זוויות מתחלפות שוות בין ישרים אז הישרים מקבילים
אם יש זוג זוויות חד-צדדיות שסכומן הוא 180 מעלות בין ישרים אז הישרים מקבילים

משולשים

סכום הזוויות במשולש הוא 180 מעלות

משולשים חופפים – משולשים בעלי זווית וצלעות שוות
משפט חפיפה – צ.ז.צ
משפט חפיפה – ז.צ.ז
משפט חפיפה – צ.צ.צ
משפט חפיפה – צ.צ.ז (הזווית מול הצלע הגדולה מבין השתיים)
משפט חפיפה – צ.ז.ז (שימושו לא אהוד לפי חוזר מפמ"ר)

במשולש שווה שוקיים שוות זוויות הבסיס (במשולש מול צלעות שוות זוויות שוות ולהיפך)
אם במשולש שתי זוויות שוות אז הוא שווה שוקיים

במשולש שווה שוקיים מתלכדים חוצה זווית הראש, הגובה לבסיס והתיכון לבסיס
אם במשולש מתלכדים שניים מהקטעים הבאים: חוצה זווית, גובה, תיכון אז הוא שווה שוקיים

במשולש שווה צלעות כל הזוויות שוות (במשולש מול צלעות שוות זוויות שוות ולהיפך)
אם במשולש כל הזוויות שוות (ל-60 מעלות) אז הוא שווה צלעות

במשולש ישר זווית שבו אחת הזוויות שווה ל-30 מעלות הניצב שמולה שווה למחצית היתר
אם במשולש ישר זווית הניצב שווה למחצית היתר אז מולו יש זווית בת 30 מעלות
במשולש ישר זווית התיכון ליתר שווה למחציתו
אם במשולש התיכון לצלע שווה למחציתה אז המשולש ישר זווית (והתיכון עובר דרך הזווית הישרה)

במשולש מול צלע גדולה יותר יש זווית גדולה יותר ולהפך
במשולש סכום שתי צלעות גדול מהצלע השלישית

שלושת חוצי הזוויות במשולש נפגשים בנקודה אחת
שלושת הגבהים במשולש נפגשים בנקודה אחת
שלושת התיכונים במשולש נפגשים בנקודה אחת

נקודת מפגש התיכונים מחלקת כל תיכון לשני חלקים ביחס 1:2 כך שהחלק הגדול יותר קרוב לקודקוד

משפט פיתגורס – במשולש ישר זווית סכום ריבועי הניצבים שווה לריבוע היתר

מרובעים

סכום הזוויות במרובע הוא 360 מעלות

הדלתון

<u>הגדרה:</u>

הדלתון הוא מרובע המורכב משני משולשים שווי שוקיים בעלי בסיס משותף

<u>תכונות:</u>

האלכסון הראשי בדלתון:

- חוצה את זוויות הראש
- חוצה את האלכסון המשני
- מאונך לאלכסון המשני

<u>כיצד מוכיחים כי מרובע הוא דלתון</u> ?

לפי הגדרה – כלומר מראים שהמרובע בנוי משני משולשים שווי שוקיים בעלי בסיס משותף

המקבילית

<u>הגדרה:</u>

המקבילית היא מרובע בעל שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות

<u>תכונות:</u>

- כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו (לפי הגדרת המקבילית)
- כל שתי זוויות סמוכות סכומן 180 מעלות
- כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו
- כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו
- האלכסונים חוצים זה את זה

<u>כיצד מוכיחים כי מרובע הוא מקבילית</u> ? (להוסיף בסוף משפט – "אז הוא מקבילית")

- אם במרובע שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות (לפי הגדרת המקבילית)
- אם יש במרובע זווית שהסכום שלה ושל כל אחת מהזוויות הסמוכות לה הוא 180 מעלות
- אם במרובע כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו
- אם במרובע כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו
- אם במרובע האלכסונים חוצים זה את זה
- אם במרובע זוג צלעות נגדיות שוות ומקבילות

המלבן

<u>הגדרה:</u>

1. המלבן הוא מרובע בו כל הזוויות שוות
2. המלבן הוא מקבילית בעלת זווית ישרה

<u>תכונות (נוספות לתכונות המקבילית):</u>

- כל זוויות המלבן שוות (לפי הגדרה)
- האלכסונים במלבן שווים

<u>כיצד מוכיחים כי מרובע הוא מלבן</u> ? (להוסיף בסוף משפט – "אז הוא מלבן")

- אם במרובע כל הזוויות שוות (לפי הגדרה 1)
- אם במקבילית זווית אחת ישרה (לפי הגדרה 2)
- אם במקבילית האלכסונים שווים

המעוין

הגדרה:

1. המעוין הוא מרובע בו כל הצלעות שוות
2. המעוין הוא מקבילית בעלת שתי צלעות סמוכות שוות

תכונות (נוספות לתכונות המקבילית):

- כל הצלעות במעוין שוות זו לזו
- האלכסונים במעוין חוצים את הזוויות ומאונכים זה לזה

כיצד מוכיחים כי מרובע הוא מעוין ? (להוסיף בסוף משפט – "אז הוא מעוין")

- אם במרובע כל הצלעות שוות (לפי הגדרה 1)
- אם במקבילית יש שתי צלעות סמוכות שוות (לפי הגדרה 2)
- אם במקבילית אלכסון הוא חוצה זווית
- אם במקבילית האלכסונים מאונכים זה לזה

הריבוע

הגדרה:

1. הריבוע הוא מרובע בו כל הזוויות וכל הצלעות שוות
2. הריבוע הוא מלבן בעל שתי צלעות סמוכות שוות
3. הריבוע הוא מעוין בעל זווית ישרה

תכונות (נוספות לתכונות המלבן והמעוין):

אין. לריבוע יש את כל תכונות המלבן ואת כל תכונות המעוין ובוודאי את כל תכונות המקבילית

כיצד מוכיחים כי מרובע הוא ריבוע ? (להוסיף בסוף משפט – "אז הוא ריבוע")

- אם במרובע כל הזוויות וכל הצלעות שוות (לפי הגדרה 1)
- אם במלבן יש שתי צלעות סמוכות שוות (לפי הגדרה 2)
- אם במלבן אחד האלכסונים הוא חוצה זווית
- אם במלבן האלכסונים מאונכים זה לזה
- אם במעוין האלכסונים שווים
- אם במעוין יש זווית אחת ישרה (לפי הגדרה 3)

הטרפז

הגדרה:

הטרפז הוא מרובע בעל זוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות (בסיסים) וזוג שני של צלעות נגדיות שאינן מקבילות (שוקיים)

טרפז ישר זווית – טרפז בעל זווית ישרה

טרפז שווה שוקיים – טרפז בעל שוקיים שוות

תכונות (טרפז שוו"ש):

- זוויות הבסיס שוות (גם בסיס עליון וגם תחתון)
- סכום כל שתי זוויות נגדיות הוא 180 מעלות
- האלכסונים שווים
- כל ארבע הזוויות שבין האלכסונים לבסיסים שוות
- האלכסונים יוצרים שני משולשים שווי שוקיים שבסיסיהם הם בסיסי הטרפז

כיצד מוכיחים כי מרובע הוא טרפז? (להוסיף בסוף משפט – "אז הוא טרפז")

- אם במרובע זוג צלעות נגדיות מקבילות וזוג שאינן מקבילות
- אם במרובע זוג צלעות נגדיות מקבילות שאינו שוות

כיצד מוכיחים כי טרפז הוא שווה שוקיים ? (להוסיף בסוף משפט – "אז הוא טרפז שווה שוקיים")

- אם בטרפז השוקיים שוות (לפי הגדרת טרפז שוו"ש)
- אם בטרפז יש זוג זוויות נגדיות שסכומן 180 מעלות
- אם בטרפז זוויות הבסיס (עליון או תחתון) שוות
- אם בטרפז האלכסונים שווים זה לזה

קטעי אמצעים

קטע אמצעים במשולש הוא קטע המחבר אמצעי שתי צלעות בו
קטע אמצעים בטרפז הוא קטע המחבר את אמצעי השוקיים של הטרפז

קטע אמצעים במשולש מקביל לצלע אותה הוא לא חוצה ושווה למחציתה
אם קטע יוצא מאמצע צלע במשולש ומקביל לצלע נוספת אז הוא קטע אמצעים במשולש
אם קטע מחבר שתי צלעות במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה אז הוא קטע אמצעים במשולש

קטע אמצעים בטרפז מקביל לבסיסי הטרפז ושווה למחצית סכומם
אם קטע יוצא מאמצע שוק בטרפז ומקביל לבסיסים אז הוא קטע אמצעים בטרפז

המעגל

אם זוג מהגדלים הבאים שווה אז כל שלושת הזוגות המתאימים האחרים שווים ביניהם גם כן:

- זוויות מרכזיות
- זוויות היקפיות
- מיתרים
- קשתות

דוגמא: אם יש שני מיתרים שווים אז הקשתות המתאימות להם שוות, הזוויות ההיקפיות הנשענות עליהם שוות והזוויות המרכזיות הנשענות עליהם שוות.

זווית היקפית הנשענית על קוטר היא ישרה
על זווית היקפית ישרה נשען קוטר
זווית מרכזית גדולה פי שתיים מהזווית ההיקפית המתאימה לה

זווית בין משיק לרדיוס בנקודת ההשקה היא ישרה
ישר המאונך לרדיוס בקצהו הוא משיק למעגל
אם מנקודה אחת יוצאים שני משיקים למעגל אז הם שווים והקטע המחבר את מרכז המעגל עם נקודה זו חוצה את הזווית שבין המשיקים
זווית בין משיק למיתר שווה לזווית ההיקפית הנשענית על המיתר מצדו השני

קטע היוצא ממרכז המעגל ומאונך למיתר חוצה אותו ואת הזווית המרכזית והקשת המתאימות לו
קטע היוצא ממרכז המעגל לאמצע מיתר – מאונך למיתר
אנך אמצעי ממיתר עובר דרך מרכז המעגל
מיתרים שווים נמצאים במרחקים שווים ממרכז המעגל ולהפך
מרחקו של מיתר ממרכז המעגל גדל ככל שהמיתר קטן

מעגלים חוסמים וחסומים

מרכז המעגל החוסם משולש הוא במפגש האנכים האמצעיים של המשולש
מרכז המעגל החסום במשולש הוא במפגש חוצי הזוויות של המשולש

במרובע חסום במעגל כל זוג זוויות נגדיות מסתכמות ל- 180 מעלות
אם במרובע סכום זוג זוויות נגדיות הוא 180 מעלות אז הוא בר חסימה במעגל

במרובע חוסם מעגל סכום זוג צלעות נגדיות אחד שווה לסכום הזוג השני
אם במרובע סכום זוג צלעות נגדיות אחד שווה לסכום הזוג השני הוא בר חסימה במעגל

שטחים

משולש – מחצית מכפלת צלע בגובהה
מקבילית – מכפלת צלע בגובהה
מלבן – מכפלת אורכו ברוחבו
ריבוע – ריבוע צלעו
טרפז – מחצית מכפלת סכום בסיסיו בגובהו
מרובע שאלכסוניו מאונכים (לא משנה איזה) – מחצית מכפלת אלכסוניו

פרופורציה ודמיון

משפט תלס – ישרים מקבילים החותכים שוקי זווית מקצים עליהן קטעים פרופורציוניים
תלס הפוך – שני ישרים החותכים שוקי זווית ומקצים עליהן קטעים פרופורציוניים הם מקבילים
(ראה שרטוט 1)

תלס הרחבה א' – גם להרחבה זו יש משפט הפוך מתאים
תלס הרחבה ב' – גם להרחבה זו יש משפט הפוך מתאים
(ראה שרטוט 2)

משפט חוצה זווית – חוצה זווית במשולש מחלק את הצלע שמול הזווית לשני חלקים ביחס השווה ליחס שבין שוקי (צלעות) הזווית הנחצית
הפוך למשפט חוצה זווית – אם קטע היוצא מקודקוד במשולש לצלע שמולו מחלק את הצלע לשני חלקים המתייחסים זה לזה כיחס שבין שתי צלעות המשולש (שיוצאות מן הקודקוד) אז הקטע הוא חוצה זווית במשולש

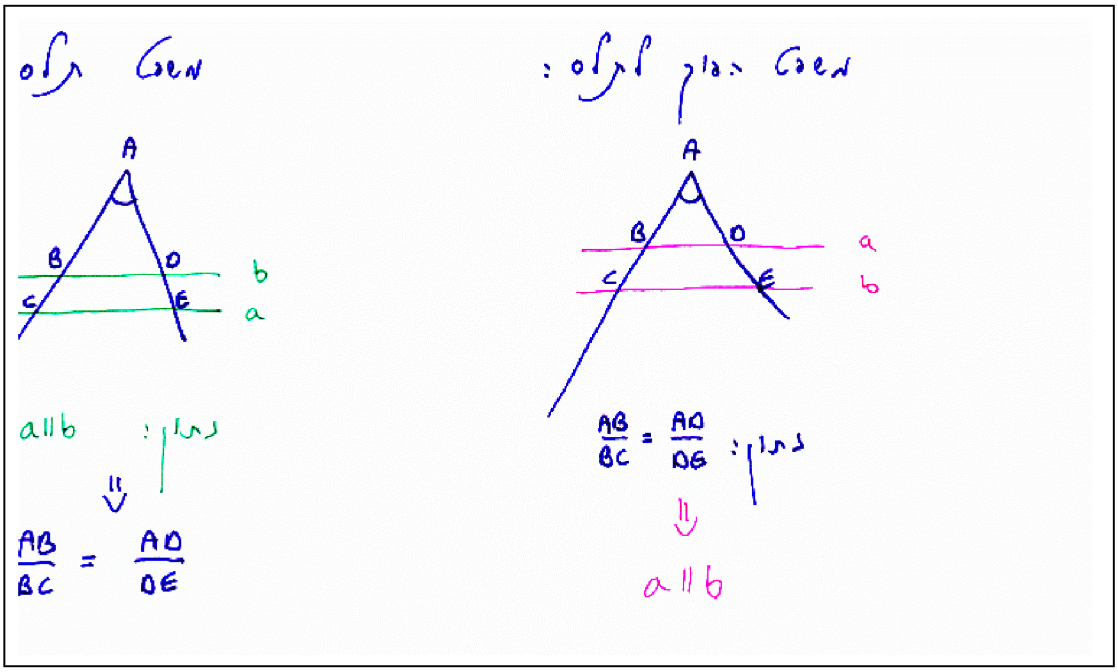
משולשים דומים – משולשים בעלי זווית שוות וצלעות פרופורציוניות
משפט דמיון – צ.ז.צ
משפט דמיון – ז.ז
משפט דמיון – צ.צ.צ
משפט דמיון – צ.צ.ז

במשולשים דומים יחס הצלעות שווה גם ליחס בין: חוצי הזוויות המתאימות, הגבהים המתאימים, התיכונים המתאימים, היקפי המשולשים ורדיוסי המעגלים החוסמים והחסומים

יחס השטחים של משולשים דומים שווה ליחס הצלעות בריבוע

שני מיתרים הנחתכים בתוך מעגל מחלקים זה את זה לשני חלקים כך שמכפלת קטעי האחד שווה למכפלת קטעי השני
אם מנקודה מחוץ למעגל יוצאים שני חותכים למעגל אז מכפלת החותך האחד בחלקו החיצוני שווה למכפלת החותך השני בחלקו החיצוני
אם מנקודה מחוץ למעגל יוצאים חותך ומשיק למעגל אז מכפלת החותך בחלקו החיצוני שווה למשיק בריבוע

שרטוט 1



שרטוט 2